

インサイト・ファクトリー 社内セミナー
2020年4月

マーケティング・ミックス・モデリング

VI. 動学的市場反応モデル (2)

小野 滋

統計学・データ解析	マーケティング・ミックス・モデリングへの適用
I. イントロダクション	
	II. 市場反応モデルとは
III. 回帰分析の基礎	
	IV. 静学的市場反応モデル
V. 時系列分析の基礎	
	VI. 動学的市場反応モデル(1)
VII. 状態空間モデルの基礎	
	VIII. 動学的市場反応モデル(2)

目次

この章の内容

1. 効果の時間変動
2. 内生性をめぐる問題

この章の引用文献

おわりに

時系列データに基づく市場反応分析が抱える、2つの問題について議論します

回帰モデル

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_K X_{Ki} + U_i$$

[1] X_i は確率変数でないか
 U_i と統計的に独立

[2] $E(U_i) = 0$

[3] $\text{Var}(U_i) = \sigma^2$

[4] $\text{Cov}(U_i, U_j) = 0, i \neq j$

[5] U_i は正規分布に従う

[6] X の列ベクトルは一次独立。
列数は行数より小さい



市場反応の特性

- I) マーケティング活動の効率は、**時間とともに増大・減衰**することがある
- J) マーケティング活動は、それまでの**市場反応に基づいて計画**されることがある

本資料作成に用いたすべてのRコードを、以下で公開しています:

https://rpubs.com/shig_ono/MMM_8

1. 効果の時間的変動

通常、市場反応モデルにおいては、マーケティング・ミックス変数や環境変数の効果は時間を通じて一定であると仮定する。

しかし実際には、変数の効果は時間的に変動することがある。

回帰モデル

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_K X_{Ki} + U_i$$

[1] X_i は確率変数でないか
 U_i と統計的に独立

[2] $E(U_i) = 0$

[3] $\text{Var}(U_i) = \sigma^2$

[4] $\text{Cov}(U_i, U_j) = 0, i \neq j$

[5] U_i は正規分布に従う

[6] \mathbf{X} の列ベクトルは一次独立。
列数は行数より小さい



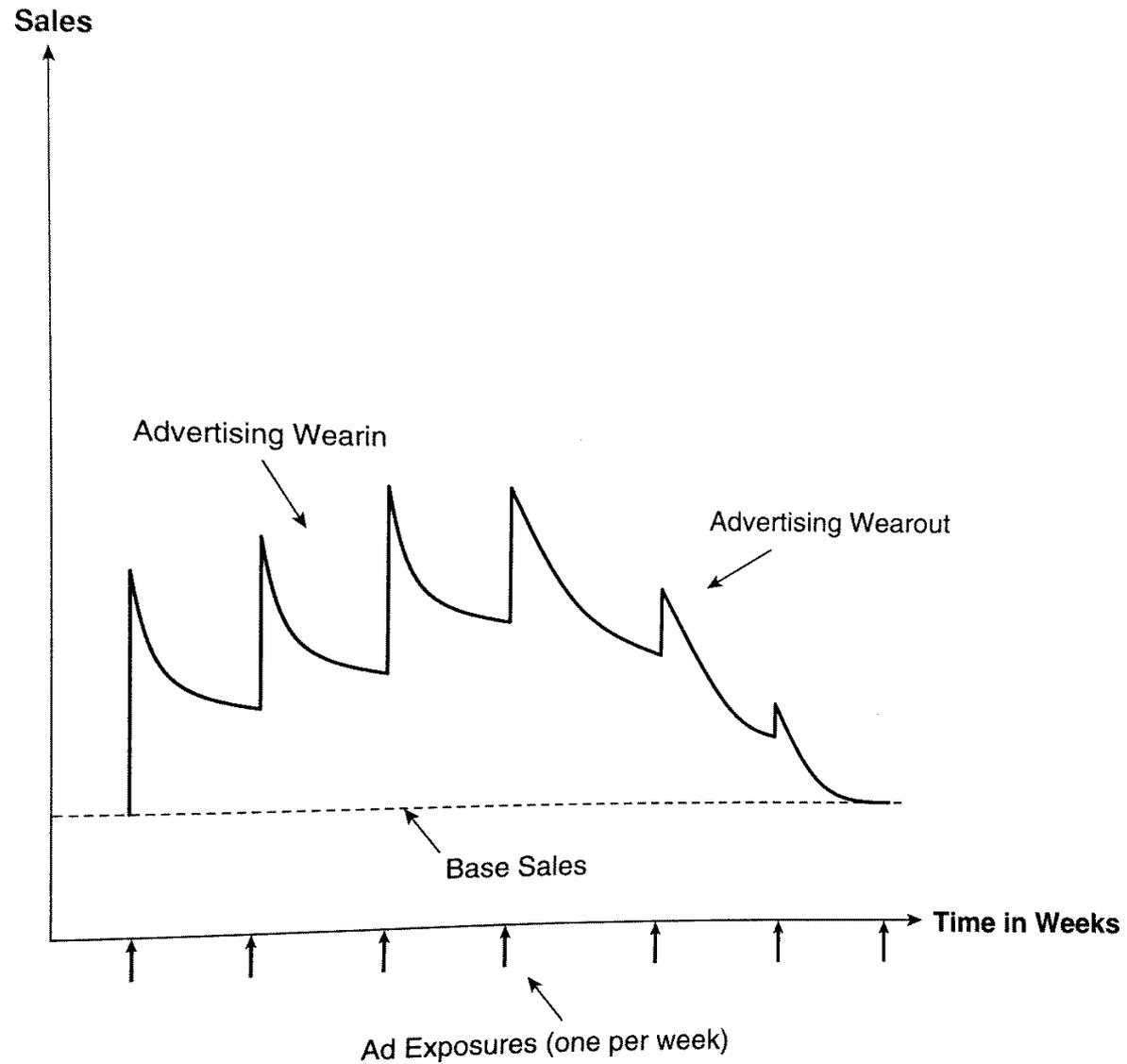
市場反応の特性

1) マーケティング活動の効率は、**時間とともに増大・減衰**することがある

■ 効果の時間的変動はなぜ起きるのか？

- 広告の反復による効果の摩耗 (**wear-out**)
- 広告の反復による効果の増大 (wear-in)
 - あまり生じない。生じたとしても短期間にとどまる (Tellis, 2009)
- 反応の非対称性
 - 広告を増大させたときの売上増大より、広告を減少させたときの売上減少のほうが遅い (Hysteresis; 履歴効果)
- 製品ライフサイクル
 - 広告の弾力性は、成長期に高く、衰退期にもやや高いと考えられる
 - 価格の弾力性は、衰退期に下落すると考えられる
 - ただし、実証的証拠は乏しい
- 環境の変化
 - 例) マーケティング活動への法的規制, 企業の不祥事, ...

以下では、wear-out に焦点を当てる



■広告効果のwear-outが生じるメカニズム (Naik, Mantrala, & Sawyer, 1998)

- 反復による摩耗 (repetition wear-out)
 - 広告への反復接触により、消費者の注意・関心が薄れる
 - 出稿量に依存する
- 広告自体による摩耗 (copy wear-out)
 - ある広告の消費者からみた質が、時間とともに下がる
 - 消費者の製品知識の増大によって
 - 競合の模倣によって
 - 広告クラッターによって
 - 出稿量に依存しない



■広告効果のwear-outはどのようなときに生じるか (Tellis, 2009)

- 長期間にわたるキャンペーンでは、ふつうwear-outが生じる
- wear-outの発生は、以下の条件下で遅くなる
 - 広告内容が複雑なとき、情緒的なとき、あいまいなとき
 - 広告の効果が低いとき
 - 製品の購買頻度が低いとき
 - 広告接触の時間的間隔が広いとき
 - (TV広告の場合) TVのライト・ユーザにおいて
 - 広告内容がバラエティに富んでいるとき
- キャンペーンを中断すると、広告の効果は上昇する
 - 再開したときのwear-outは、初回のwear-outよりも早く生じる

■ 効果の時間的変動をどのように表現するか

1. 確定的に表現する

- 偏回帰係数を確定的な関数で規定する

2. 確率的に表現する

- 偏回帰係数を確率変数とみなし、確率過程を想定する

■ 効果の時間的変動を確定的に表現する

- 例1: 時間による規定

キャンペーン開始からの経過時間を T_t として

$$Y_t = \alpha + \beta_t X_t + \varepsilon_t$$

$$\beta_t = \beta_0 + \beta_1 T_t$$

代入して整理すると

$$Y_t = \alpha + \beta_0 X_t + \underline{\beta_1 T_t X_t} + \varepsilon_t$$

交互作用項となっている

- 例2: 異時点間交互作用をモデル化する(cf. 片平, 1987, p.207)
 - 現在効果の時間的変動を、時間を通じた変数間のシナジーとして捉える
 - 多重共線性の問題が生じる

例

$$\begin{aligned}\log Y_t &= \alpha \\ &+ \beta_{1,0} \log X_{1,t} \\ &+ \beta_{2,0} \log X_{2,t} \\ &+ \beta_{1,1} \log X_{1,t-1} \\ &+ \beta_{2,1} \log X_{2,t-1} \\ &+ \beta_{12} \log X_{1,t} \log X_{2,t-1} \\ &+ \beta_{21} \log X_{1,t-1} \log X_{2,t} \\ &+ \varepsilon_t\end{aligned}$$

X_1 の現在効果

X_2 の現在効果

X_1 のラグ1効果

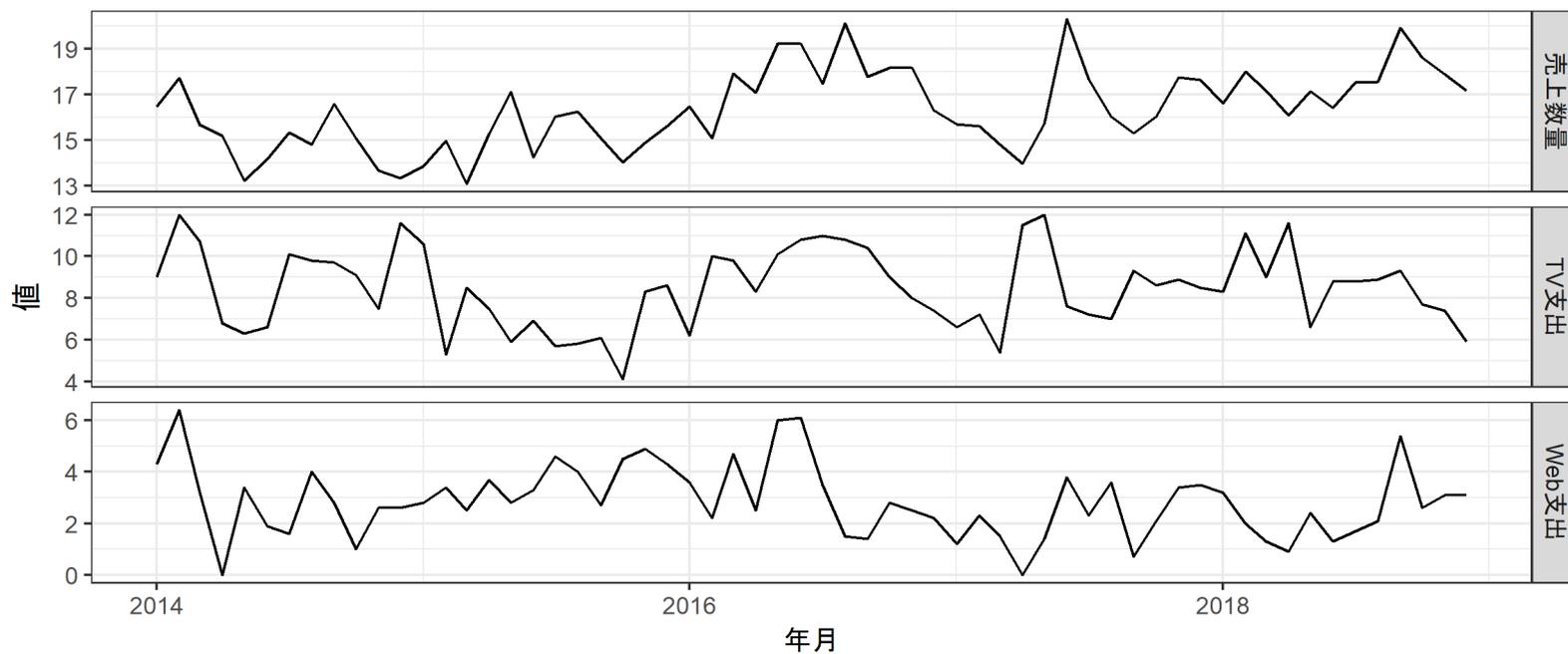
X_2 のラグ1効果

前期の X_2 が大きいと今期の X_1 の効果が増す

前期の X_1 が大きいと今期の X_2 の効果が増す

売上と広告 (6章)

あるブランドの売上数量、TV広告支出、Web広告支出。
4年間の月次データ。



架空データ。ちょっと不自然ですが、ご容赦ください...

- 売上を Y_t , TV支出を $X_{1,t}$, Web支出を $X_{2,t}$ とする
- 毎年4月に広告内容が更新されるとして、4月からの経過月数を $T_t (= 0, \dots, 11)$ とする
- 効果が T_t によって変化する部分調整モデルを推定してみよう

$$Y_t = \alpha + \beta_{1,1}X_{1,t} + \beta_{2,1}X_{2,t} + \beta_{1,2}T_tX_{1,t} + \beta_{2,2}T_tX_{2,t} + \lambda Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$$

- ラグ演算子を使って書き直すと

$$Y_t = \frac{\alpha}{1 - \lambda} + \frac{\beta_{1,1} + \beta_{2,1}T_t}{1 - \lambda L} X_{1,t} + \frac{\beta_{2,1} + \beta_{2,2}T_t}{1 - \lambda L} X_{2,t} + \frac{1}{1 - \lambda L} \varepsilon_t$$

```

library(dynlm)

# データ作成
tsSales <- ts(dfSalesAds$gSales)
tsTV     <- ts(dfSalesAds$gTV)
tsweb    <- ts(dfSalesAds$gweb)
tsDelay  <- ts(c(9:11, 0:8)[month(dfSalesAds$dMonth)])

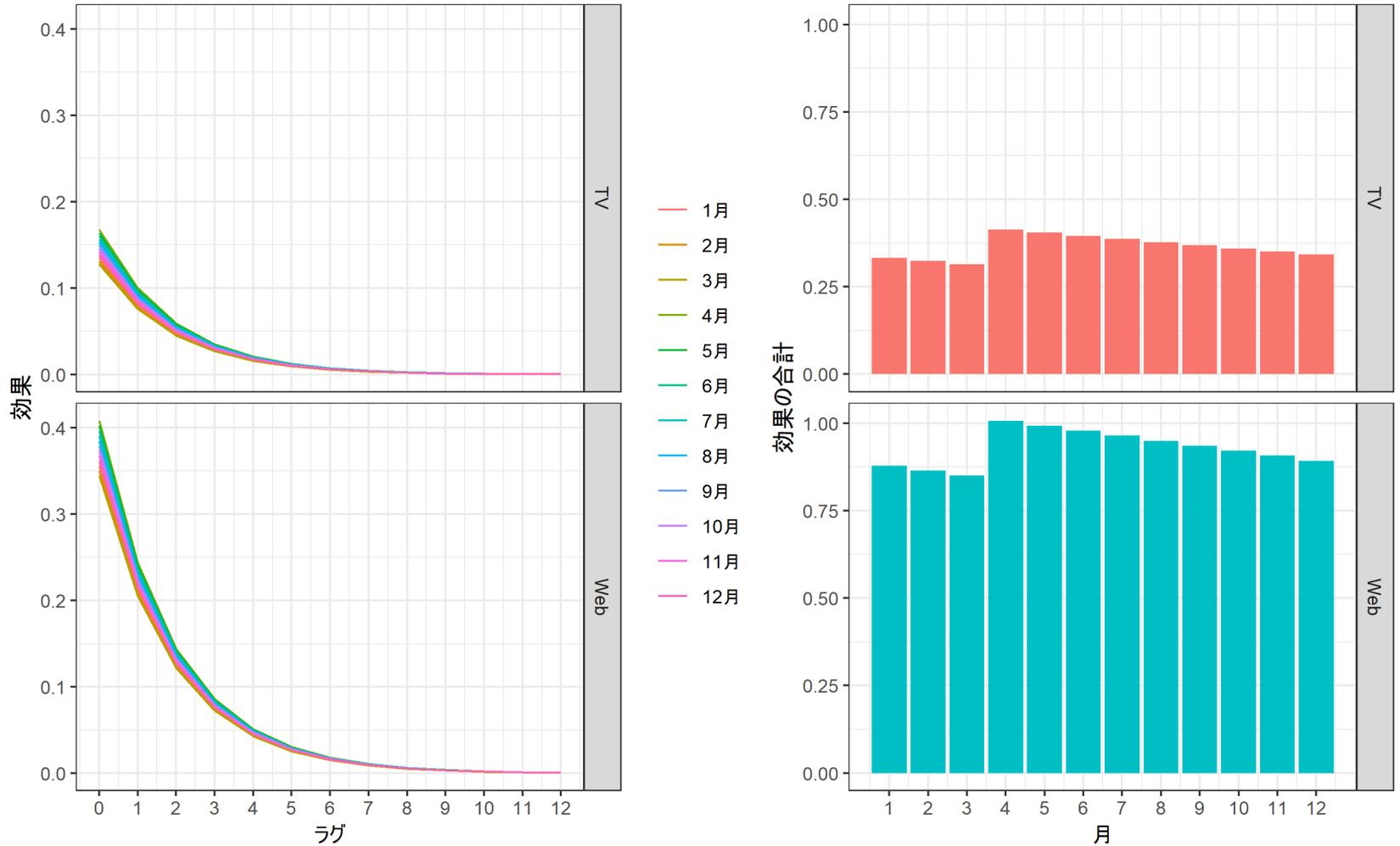
# 推定
oModel <- dynlm(tsSales ~ tsTV + tsweb + tsDelay*tsTV + tsDelay*tsweb + L(tsSales))
print(summary(oModel))

```

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)	
(Intercept)	4.429928	2.114372	2.095	0.0410	*
tsTV	0.167616	0.161391	1.039	0.3038	
tsweb	0.408155	0.202337	2.017	0.0489	*
tsDelay	-0.019055	0.228771	-0.083	0.9339	
L(tsSales)	0.594718	0.101640	5.851	3.3e-07	***
tsTV:tsDelay	-0.003638	0.024775	-0.147	0.8838	
tsweb:tsDelay	-0.005799	0.034988	-0.166	0.8690	

Signif. codes:	0 '***'	0.001 '**'	0.01 '*'	0.05 '.'	0.1 ' ' 1



Web支出の効果が非常に大きく推定されている。
理由ははっきりしないが、部分調整モデルがデータに合致していないからかもしれない

■ 効果の時間的変動を確率的に表現する

• 例1: 平常復帰モデル

$$Y_t = \alpha + \beta_t X_t + \varepsilon_t$$

$$\beta_t = \mu + \phi\beta_{t-1} + v_t$$

β_t についてAR(1)過程を想定している

• 例2: Cooley-Prescottモデル

$$Y_t = \alpha + \beta_t X_t + \varepsilon_t$$

$$\beta_t = \beta_t^* + \tau_t$$

$$\beta_t^* = \beta_{t-1}^* + \xi_t$$

β_t について
ランダムウォーク+ホワイトノイズを
想定している

- 効果の時間的変動を確率的に表現できるか？
 - **きわめて困難**
 - 実質知識上の困難さ
 - 通常わたしたちは、効果がどのように変動するかについて、十分な知識を持っていない
 - そのため、効果の変動の背後にある過程について適切な想定をおくことが困難
 - 推定上の困難さ
 - 効果の変動と、効果の繰越を区別するのは難しい
 - 解釈上の困難さ
 - 例) 幾何級数的分布ラグモデルの係数を時間的に変動させたとき、それを繰越率と表現できるかどうかわからない (HPS, p.147)

売上と広告

- 偏回帰係数が確率的に変動する部分調整モデルを推定してみよう

$$Y_t = \alpha + \frac{\beta_{1,t}}{1 - \lambda L} X_{1,t} + \frac{\beta_{2,t}}{1 - \lambda L} X_{2,t} + \frac{1}{1 - \lambda L} \xi_t + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2), \xi_t \sim N(0, \sigma_\xi^2)$$

$$\beta_{1,t} = \beta_{1,t-1} + v_{1,t}, \quad v_{1,t} \sim N(0, \sigma_{v1}^2)$$

$$\beta_{2,t} = \beta_{2,t-1} + v_{2,t}, \quad v_{2,t} \sim N(0, \sigma_{v2}^2)$$

- 書き換えると

$$Y_t = \mu_t + S_{1,t} + S_{2,t} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$$

$$\mu_t = \lambda \mu_{t-1} + \xi_t, \quad \xi_t \sim N(0, \sigma_\xi^2)$$

$$S_{1,t} = \lambda S_{1,t-1} + \beta_{1,t} X_{1,t}$$

$$S_{2,t} = \lambda S_{2,t-1} + \beta_{2,t} X_{2,t}$$

$$\beta_{1,t} = \beta_{1,t-1} + v_{1,t}, \quad v_{1,t} \sim N(0, \sigma_{v1}^2)$$

$$\beta_{2,t} = \beta_{2,t-1} + v_{2,t}, \quad v_{2,t} \sim N(0, \sigma_{v2}^2)$$

状態空間表現では

$$Y_t = [1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} \mu_t \\ S_{1,t} \\ S_{2,t} \\ \beta_{1,t} \\ \beta_{2,t} \end{bmatrix} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$$

$$\begin{bmatrix} \mu_{t+1} \\ S_{1,t+1} \\ S_{2,t+1} \\ \beta_{1,t+1} \\ \beta_{2,t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & X_{1,t+1} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 & X_{1,t+1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_t \\ S_{1,t} \\ S_{2,t} \\ \beta_{1,t} \\ \beta_{2,t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_{t+1} \\ v_{1,t+1} \\ v_{2,t+1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \xi_{t+1} \\ v_{1,t+1} \\ v_{2,t+1} \end{bmatrix} \sim N \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \sigma_\xi^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{v1}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{v2}^2 \end{bmatrix} \right)$$

```

agT <- array(0, dim = c(5, 5, nrow(dfsalesAds)))
agT[1, 1, ] <- 0.8 # lambda
agT[2, 2, ] <- 0.8 # lambda
agT[3, 3, ] <- 0.8 # lambda
agT[2, 4, ] <- c(dfsalesAds$gTV[-1], 0)
agT[3, 5, ] <- c(dfsalesAds$gWeb[-1], 0)
agT[4, 4, ] <- 1
agT[5, 5, ] <- 1

oModel <- SSMoDel(
  dfsalesAds$gSales ~ -1 +
  SSMcustom(
    Z = matrix(c(1, 1, 1, 0, 0), nrow=1),
    T = agT,
    R = matrix(c(
      1, 0, 0,
      0, 0, 0,
      0, 0, 0,
      0, 1, 0,
      0, 0, 1
    ), byrow = 1, nrow = 5),
    Q = diag(NA, nrow = 3) ,
    state_names = c("mu", "stock1", "stock2", "beta1", "beta2")
  ),
  H = matrix(NA)
)

```

```
# 「パラメータを与えるとモデルを返す」関数を定義する
sub_update <- function(par, model) {
  # par: 順に{H, sigma^2_epsilon, sigma^2_v1, sigma^2_v2, lambda}
  # model: 現在のモデル

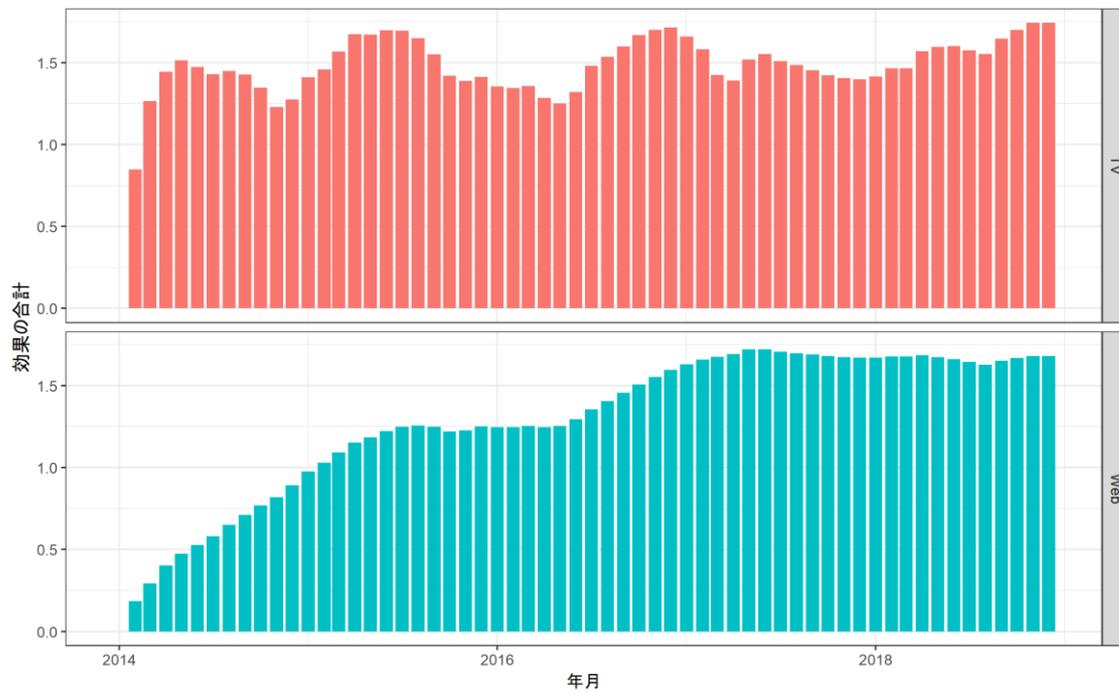
  gMag <- 0.5 # 分散の最適値をどのくらい細かく探すか
  print(c(gMag*exp(par[1:4]), artransform(par[5])))
  newmodel <- model
  newmodel$H[1,1, ] <- exp(gMag*par[1])
  newmodel$Q[1,1, ] <- exp(gMag*par[2])
  newmodel$Q[2,2, ] <- exp(gMag*par[3])
  newmodel$Q[3,3, ] <- exp(gMag*par[4])
  newmodel$T[1,1, ] <- artransform(par[5])
  newmodel$T[2,2, ] <- artransform(par[5])
  newmodel$T[3,3, ] <- artransform(par[5])
  return(newmodel)
}
# 推定
oFitted <- fitSSM(
  oModel,
  updatefn = sub_update,
  inits = c(log(0.01), log(0.01), log(0.01), log(0.01), log(0.01), 0.8)
)
cat("T: ¥n")
print(oFitted$model$T[, ,1])
cat("Q: ¥n")
print(oFitted$model$Q[, ,1])
cat("H: ¥n")
print(oFitted$model$H[, ,1])
```

```
T:
      mu      stock1      stock2      beta1      beta2
mu      0.1204117  0.0000000  0.0000000      0      0.0
stock1  0.0000000  0.1204117  0.0000000     12      0.0
stock2  0.0000000  0.0000000  0.1204117      0      6.4
beta1   0.0000000  0.0000000  0.0000000      1      0.0
beta2   0.0000000  0.0000000  0.0000000      0      1.0
Q:
      [,1]      [,2]      [,3]
[1,] 0.02345379  0.0000000  0.0000000
[2,] 0.00000000  0.1735373  0.0000000
[3,] 0.00000000  0.0000000  0.104703
H:
[1] 39.19226
```

繰越率 λ の推定値

観察攪乱項の分散 σ_ε^2 の推定値。

目的変数の分散は3.04なので、
この値はあきらかに大きすぎる。
うまく推定できていない模様



信じがたい...

- まとめ：効果の時間変動にどう対処するか？
 - 実質的な知識に基づき、仮説を立てる
 - 例) キャンペーン後半では、広告の効果が低減しているのでは？
 - 仮説をモデルに組み込む
 - 例) 「キャンペーン後半」を表すダミー変数と、広告支出との交互作用項を投入する
 - モデルを比較する
 - 例) 交互作用項を投入したモデルとしなかったモデルのAICを比較する

2. 内生性をめぐる問題

2. 内生性をめぐる問題

通常、市場反応モデルにおいては、市場反応を規定するメカニズムのみが問題にされ、マーケティング・ミックス変数を規定するメカニズムは問われない。

しかし実際には、マーケティング活動はそれまでの市場反応に基づいて計画されている。

このことは、市場反応モデルにとって深刻な問題となる。

回帰モデル

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_K X_{Ki} + U_i$$

[1] X_i は確率変数でないか
 U_i と統計的に独立

[2] $E(U_i) = 0$

[3] $\text{Var}(U_i) = \sigma^2$

[4] $\text{Cov}(U_i, U_j) = 0, i \neq j$

[5] U_i は正規分布に従う

[6] X の列ベクトルは一次独立。
列数は行数より小さい



市場反応の特性

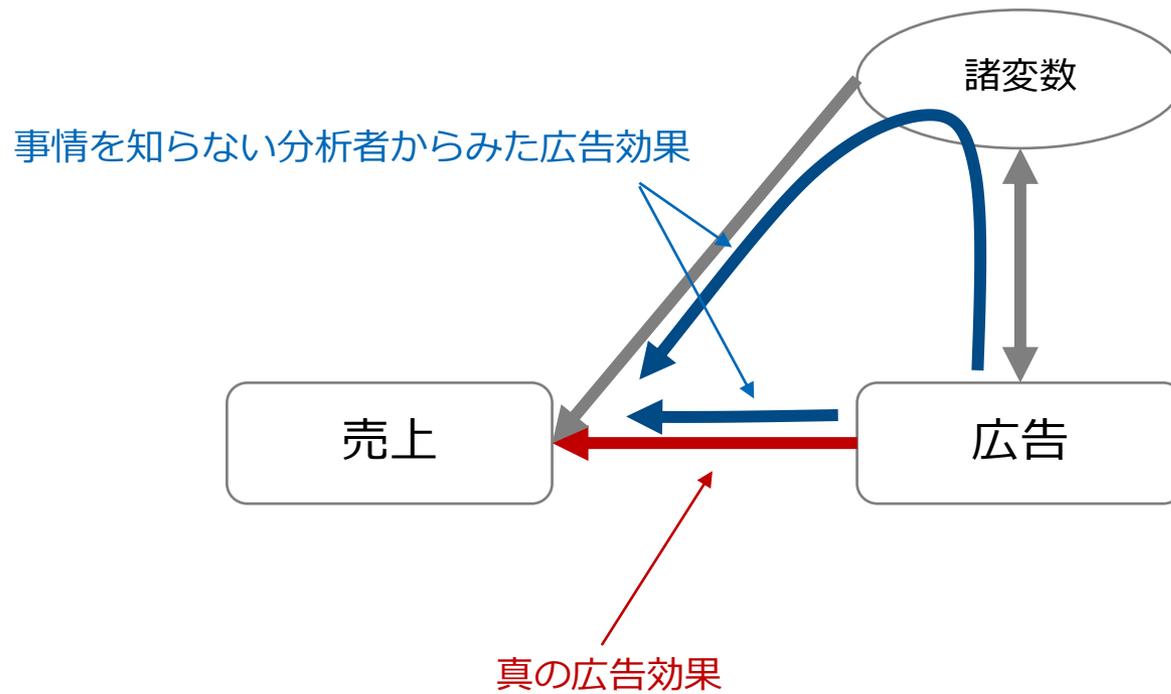
J) マーケティング活動は、それまでの**市場反応に基づいて計画**されることがある

■ 内生性 endogeneity

- 説明変数と攪乱項が相関していること

例

- ブランドxは、夏によく売れる
- 夏の売上をさらに増大させるため、夏に大量の広告を出稿している
- 事情を知らない分析者は、広告の効果を過大に推定してしまう
 - 「夏に広告支出を増やしたせいで売上が伸びたようです！」
- 事情を知っている分析者であっても、広告の効果を正しく推定できない
 - 「夏に売上が伸びたのはこのブランドの特性であって、そのすべてが広告のせいだとはいえません」
 - では、どこまでが広告のせいなの？ 「...」



- 多くの場合、マーケティング活動は内生性を持つ (Ebbes, Papies, & van Heerde, 2016):
 - 価格・広告
 - 売上に影響する諸要因を考慮して設定される
 - 営業訪問
 - 例, 製薬会社の営業担当者はそのブランドを大量に処方してくれそうな医者を中心に訪問する
 - 企業の戦略
 - 例, 企業にCMOをおくかどうかは、企業の様々な特性によって決まる。それらの特性は企業業績にも影響している

■ マーケティング活動とブランド業績との関係 (HPS pp.278-380)

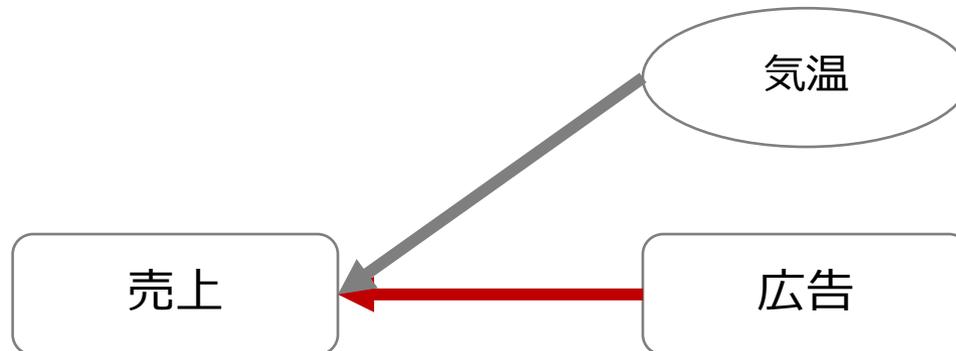
- 同時的効果
- 繰越効果
- 購買強化
- フィードバック効果
 - 活動の水準は、現在・過去の売上の影響を受ける
- 企業の意思決定ルール
 - 活動の水準は、過去の支出や他の支出の影響を受ける
- 競合他社の反応
 - ブランド業績は競合の活動に影響し、それを通じて自社の活動の効果に影響する

マーケティング活動に
内生性をもたらす

■ 内生性への対処

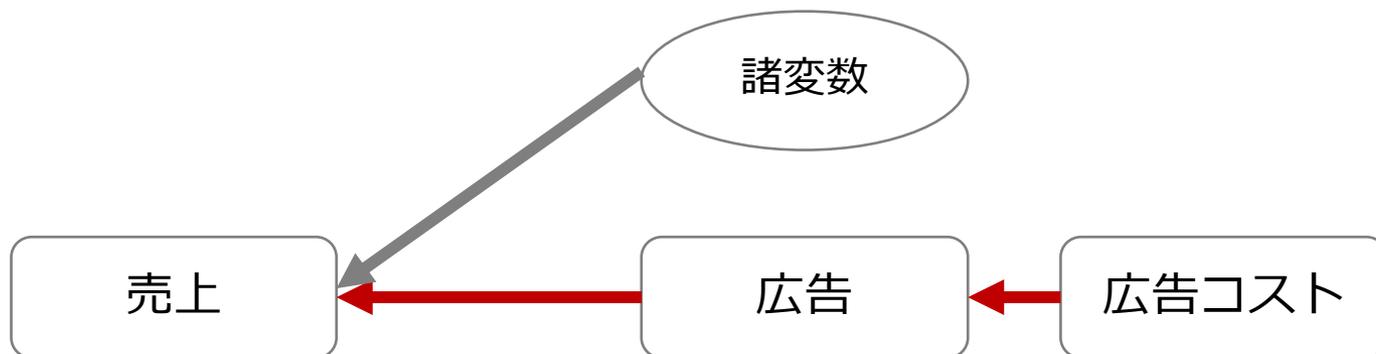
• 共変量の調整

- 「マーケティング活動と関連し、かつ市場反応に影響している」変数(共変量; 交絡変数)を測定し、説明変数として投入する
- 観察データ分析において非常に一般的な方法
- 限界：どれだけの変数を考慮すれば十分なのか、定かでない

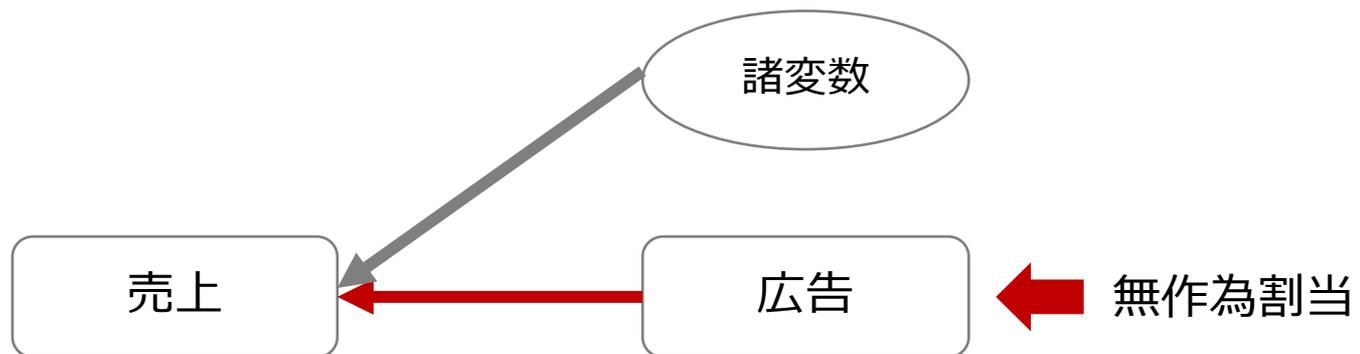


- 道具変数 (IV) によるアプローチ

- 「マーケティング活動には影響しているが、市場反応には影響していない」と言い切れる変数 (道具変数) を用いて、活動の効果を推定する
- 経済学を中心として、さかんに用いられている方法
 - マーケティング実務への適用例は少ないと思われる
- 限界：適切な道具変数はなかなか見つからない
 - 近年ではさまざまなバリエーションの手法が提案されている。活用場面が広がるかも (cf. Ebbes, et al., 2016)



- 実験によるアプローチ
 - フィールド実験
 - マーケティング活動をランダムに計画する
 - 例) 地域を無作為に二分し、異なる活動計画を割り当てる
 - 限界：実施コスト
 - 自然実験
 - マーケティング活動が、市場反応と無関係な要因によって決定されてしまった過去の現象を探す (自然実験)
 - 例) 法的規制
 - 限界：良い事例は簡単にはみつからない



■ わたしたちに「いま」できること

市場反応の分析において、内生性の問題は常に深刻

- 対処する方法も見当たらないことが多い

せめてできることは...

- **市場環境**についての理解を深める
 - 売上の増減を決めているものはなに？
- **マーケティング活動**についての理解を深める
 - 広告支出はどのように計画されているのか？
- それらの理解を体系化し、現象についての**概念モデル**を構築する
 - 市場環境やマーケティング活動について深く理解している実務家は多い
 - しかし、それを概念的に整理・体系化している人は多くない
 - 内生性バイアスの大きさを見積もるためには、市場反応の背後にあるメカニズムについての概念モデルが必要

Tellis, G.J. (2006) Modeling marketing mix. in Grover, R., Vriens, M. (eds), *“The Handbook of marketing Research: Uses, Misuses, and Future Advances”*, Sage.

Tellis, G.J. (2009) Generalizations about advertising effectiveness in markets. *Journal of Advertising Research*, 49(2), 240-245,

片平秀貴 (1987) 「マーケティング・サイエンス」, 東京大学出版会.

Naik, P.A., Mantrala, M.K., Sawyer, A.G. (1998) Planning media schedules in the presence of dynamic advertising quality. *Marketing Science*, 17(3), 214-235.

Ebbes, P., Papies, D., van Heerde, H.J. (2016) Dealing with endogeneity: A nontechnical guide for marketing researchers. Homburg, et al. (eds) *“Handbook of Market Research”*, Springer.

モデル設計は、ときとして対立する4つの要因に向き合い、それらを調停し止揚する、創造的な営みだと思います

本セミナーがその助けとなれば幸いです

